Name des Prüflings:		Sem.:	

1. Aufgabe (25 Punkte ≙ 33,3 %)

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \left(\frac{1}{2}x - 1\right) \cdot e^{2x}$; $D = \mathbf{R}$.

1.1 Ermitteln Sie die Schnittpunkte von G_f mit den Koordinatenachsen.

1.2 Ermitteln Sie das Verhalten der Funktion f für $x \to +\infty$ und $x \to -\infty$.

1.3 Untersuchen Sie das Monotonieverhalten von f und geben Sie den relativen Extremalpunkt von G_f an. [Teilergebnis: $f'(x) = (x - 1{,}5) \cdot e^{2x}$]

1.4 Berechnen Sie Koordinaten des Wendepunktes des Graphen G_f.

1.5 Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an G_f in dessen Schnittpunkt mit der y-Achse.

1.6 Zeichnen Sie den Graph für $-3 \le x \le 2$; verwenden Sie dazu die bisherigen Ergebnisse und erstellen Sie ergänzend eine Wertetabelle mit $\Delta x = 1$.

1.7 Zeigen Sie: Die Funktion $F: x \mapsto \frac{1}{8}(2x - 5) \cdot e^{2x}$, $D_F = \mathbf{R}$, ist Stammfunktion von f.

1.8 Ermitteln Sie die Fläche, die von G_f und den beiden Koordinatenachsen im 4. Quadranten begrenzt wird.

Name des Prüflings:		Sem.:	

2. Aufgabe (20 Punkte ≙ 26,7 %)

Bei einer Serienfertigung sollen zylindrische Konservendosen gefertigt werden.
Das Volumen einer Dose soll 1000 ml betragen. Es sollen 60000 Stück gefertigt werden.

2.1 Berechnen Sie die Oberfläche einer Dose bei einer Dosenhöhe h = 20,00 cm.

2.2 Im Folgenden gilt $h, r \in \mathbf{R}^+$.

2.2.1 Bestimmen Sie die Gleichung für die Oberfläche der Dose in Abhängigkeit vom Dosenradius r. [Ergebnis: $O(r) = 2r^2\pi + \frac{2000cm^3}{r}$]

2.2.2 Die Dose von Aufgabe 2 soll in ihrem Durchmesser und in ihrer Höhe so bemessen werden, dass der Materialverbrauch so gering wie möglich ausfällt.
Zeigen Sie, dass für $r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$ sich ein Extremwert des Materialverbrauches ergibt.
Weisen Sie nach, dass es sich bei diesem Wert um eine Minimierung des Materialverbrauches handelt.

2.2.3 Berechnen Sie die geringste Oberfläche einer Dose in cm².

2.2.4 Bestimmen Sie das Verhältnis vom Durchmesser zur Höhe dieser Dose.

2.2.5 Berechnen Sie die Materialeinsparung in m² der gesamten Serienfertigung im Vergleich zu der Dosendimensionierung der Dose von Aufgabe 2.1.

Name des Prüflings:		Sem.:	

3. Aufgabe (15 Punkte ≙ 20,0 %)

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen, in der Grundmenge der reellen Zahlen.

3.1 $\sqrt{\frac{5-x}{x}}-\sqrt{\frac{x}{5-x}}=\frac{3}{2}$

3.2 $\lg(x+3)^{\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}\cdot\lg(5x+13)=\lg 1-\lg\sqrt{3-x}$

Name des Prüflings:	Sem.:	

4. Aufgabe (15 Punkte ≙ 20,0 %)

Gegeben sind die Punkte A (0 / 2 / 3), B (1 / 5 / 7) und C (7 / 3 / 2),

sowie die Gerade $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbf{R}$.

4.1 Die Punkte A, B und C sind Eckpunkte eines Parallelogramms ABCD. Berechnen Sie die Koordinaten des vierten Eckpunktes D.
[Teilergebnis: D (6 / 0 / -2)]

4.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms ABCD.

4.3 Die Gerade g geht durch die Punkte A und D. Ermitteln Sie eine Gleichung der Geraden g.

4.4 Ermitteln Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h.

4.5 Die Punkte A, B und P (3 / 3 / 7) liegen in der Ebene E. Stellen Sie eine Gleichung dieser Ebene E in Normalenform auf.
[Teilergebnis: $x_1 + x_2 - x_3 + 1 = 0$]

4.6 Berechnen Sie den Abstand des Punktes C von der Ebene E .

4.7 Ermitteln Sie den Schnittwinkel der Geraden h und der Ebene E.