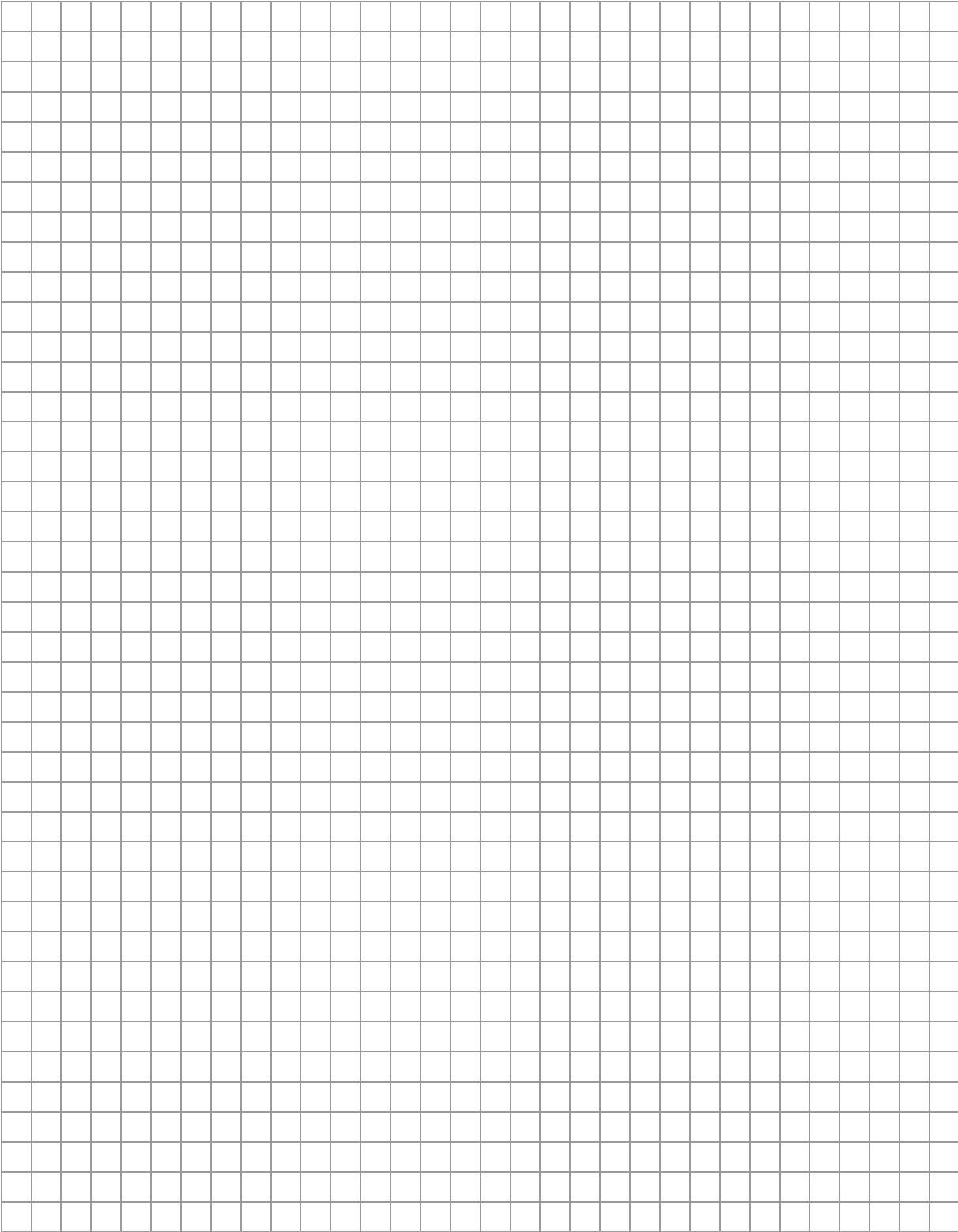
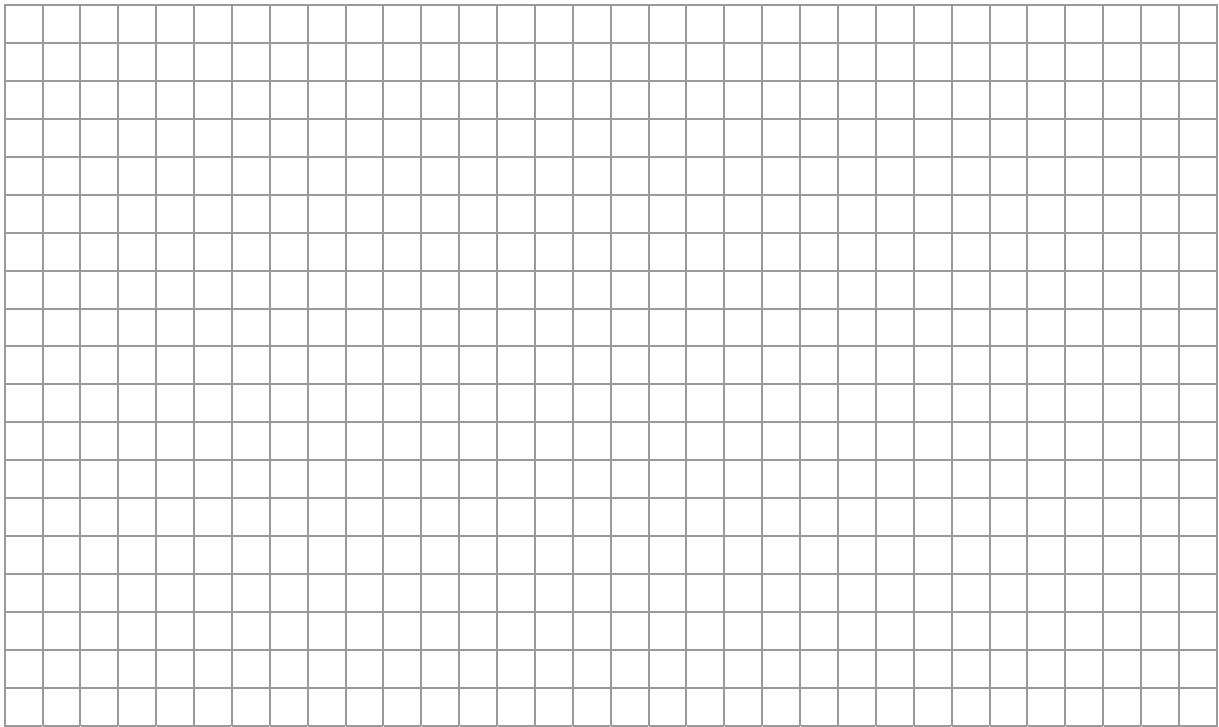


AUFGABE 1

6 Punkte

Lösen Sie unter Verwendung der Methoden „Trennung der Variablen“ und „Variation der Konstanten“ das Anfangswertproblem $y' = \frac{2y}{x} + x^2, y(2) = -4$.

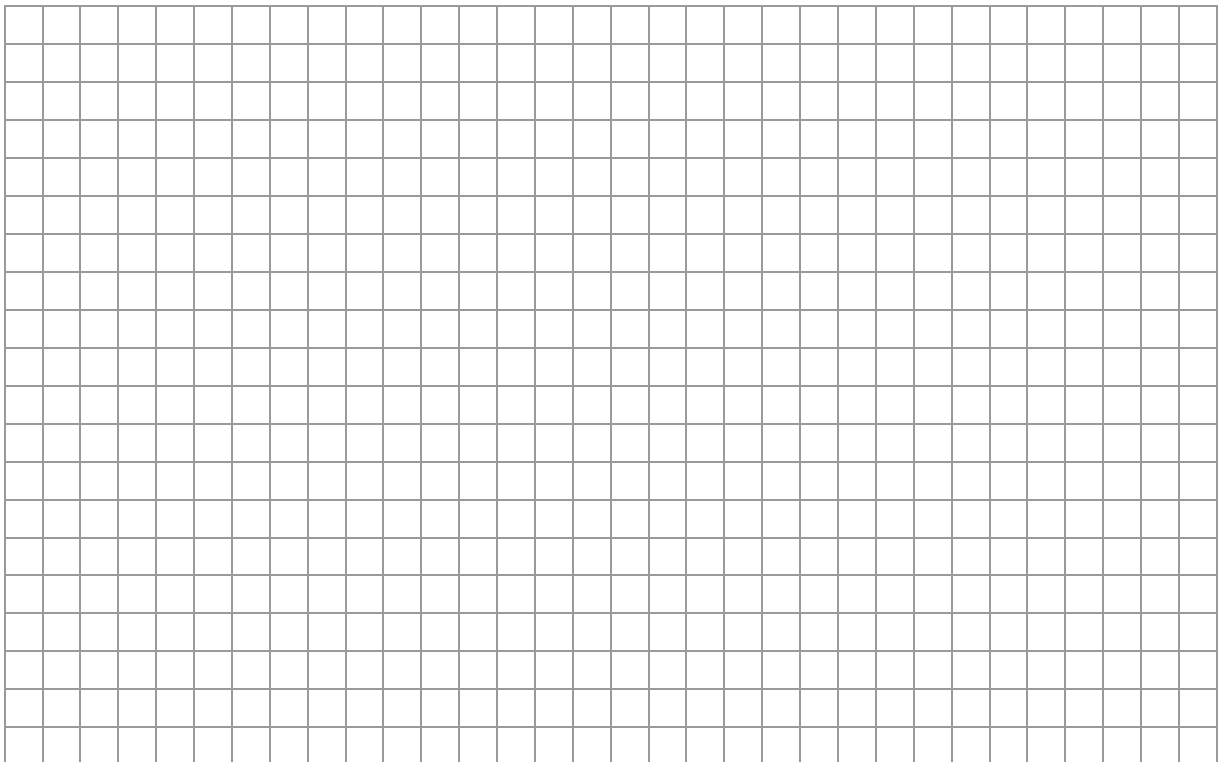


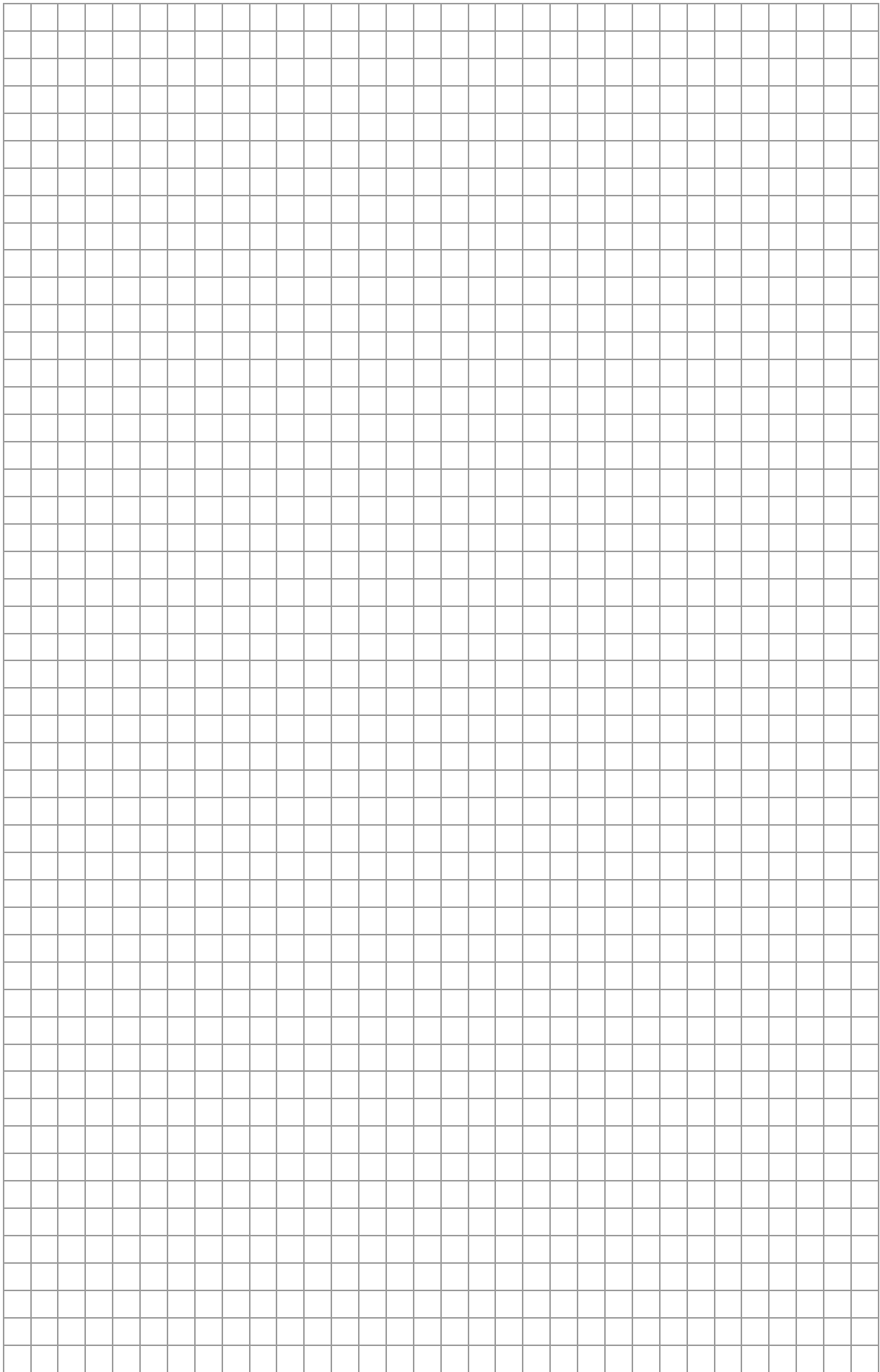


AUFGABE 2

8 Punkte

Lösen Sie unter Verwendung eines geeigneten partikulären Ansatzes das Anfangswertproblem $y' + 4y = 6 \cdot e^{-x} + 20x - 23$, $y(0) = -8$.

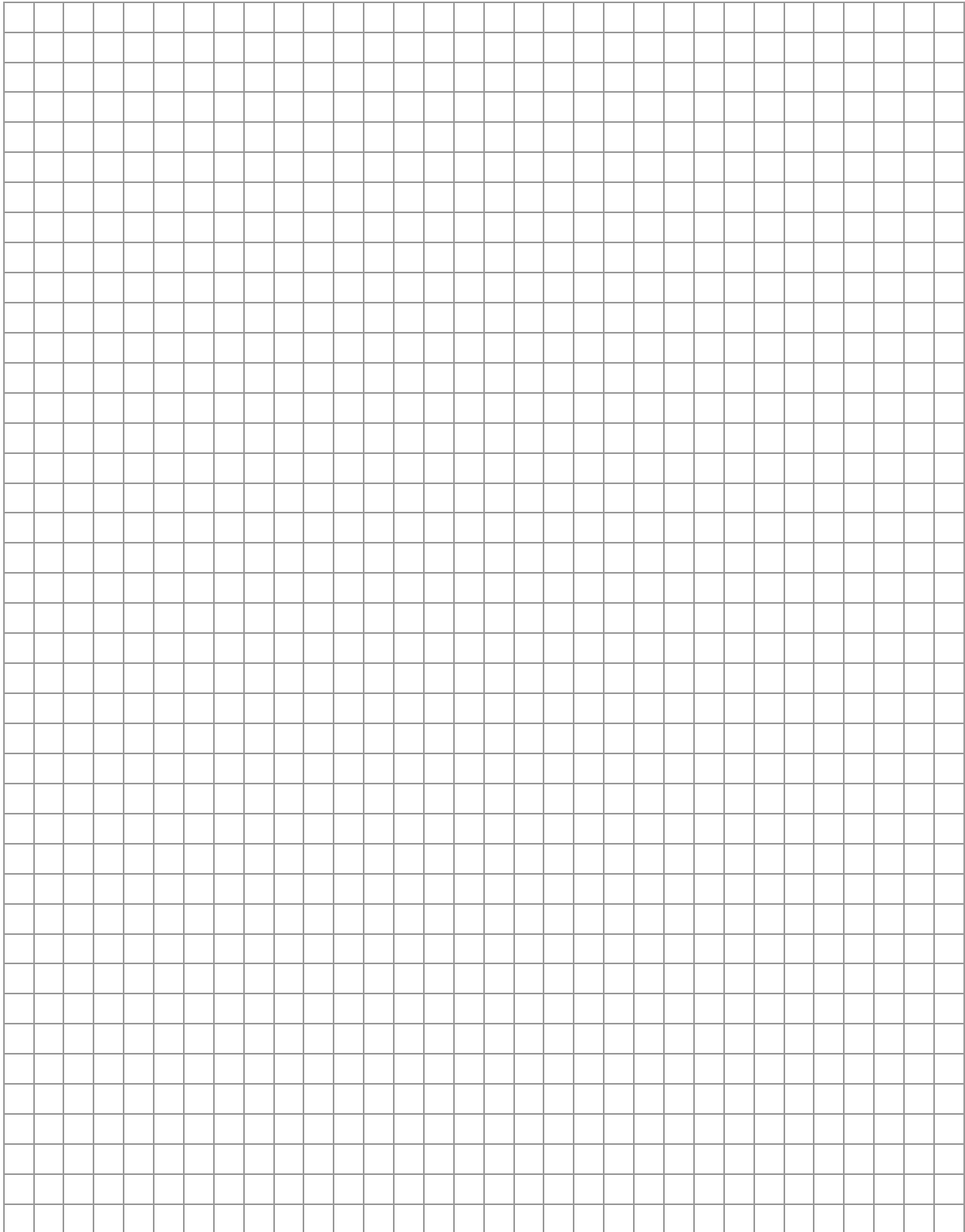


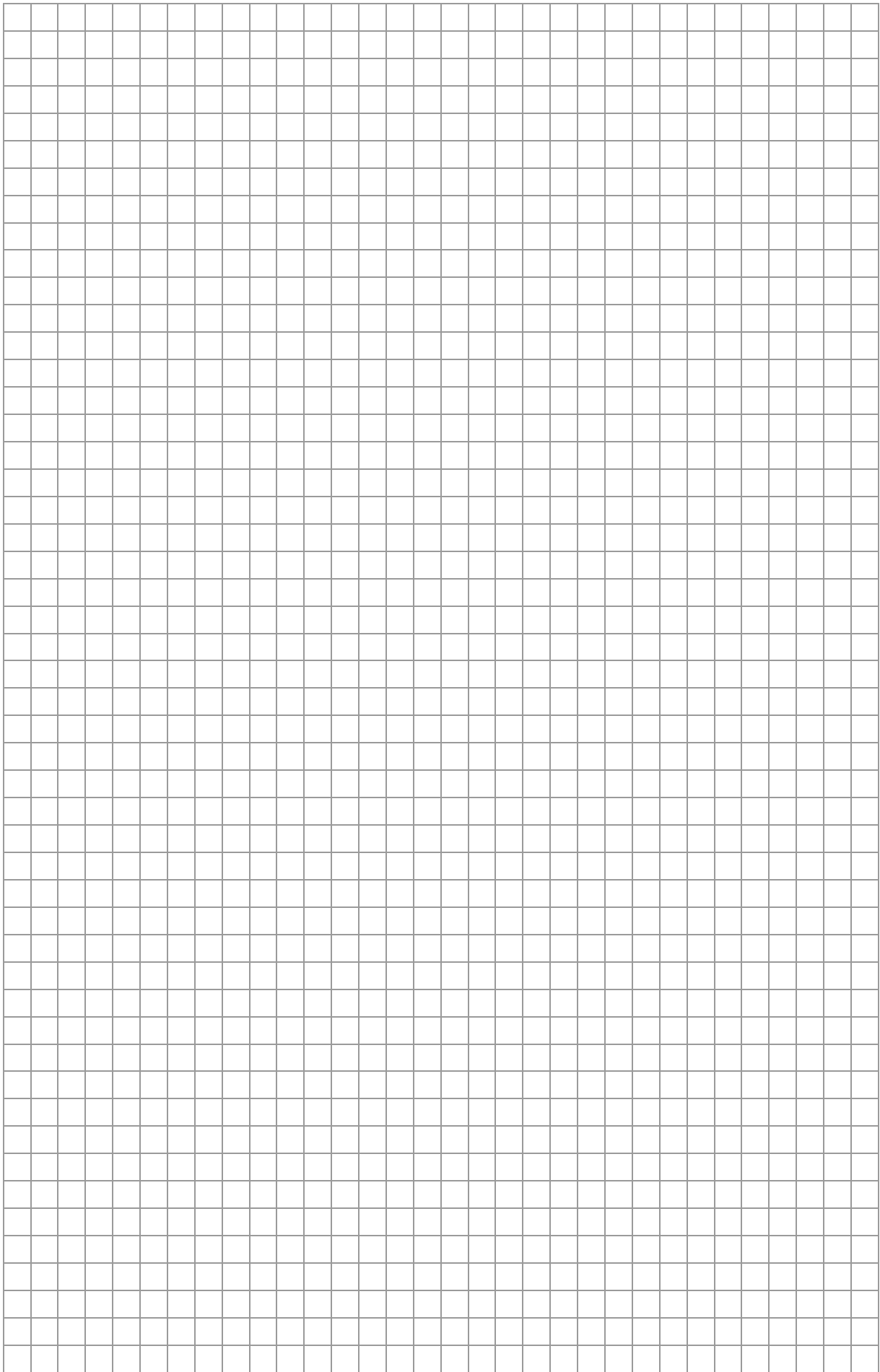


AUFGABE 3**12 Punkte**

Transformieren Sie die Matrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 17 \\ 19 & 26 & 47 \\ -14 & -20 & -36 \end{pmatrix}$ auf Diagonalgestalt.

Geben Sie die Transformationsmatrix \mathbf{S} sowie die Diagonalmatrix $\mathbf{S}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}$ an.



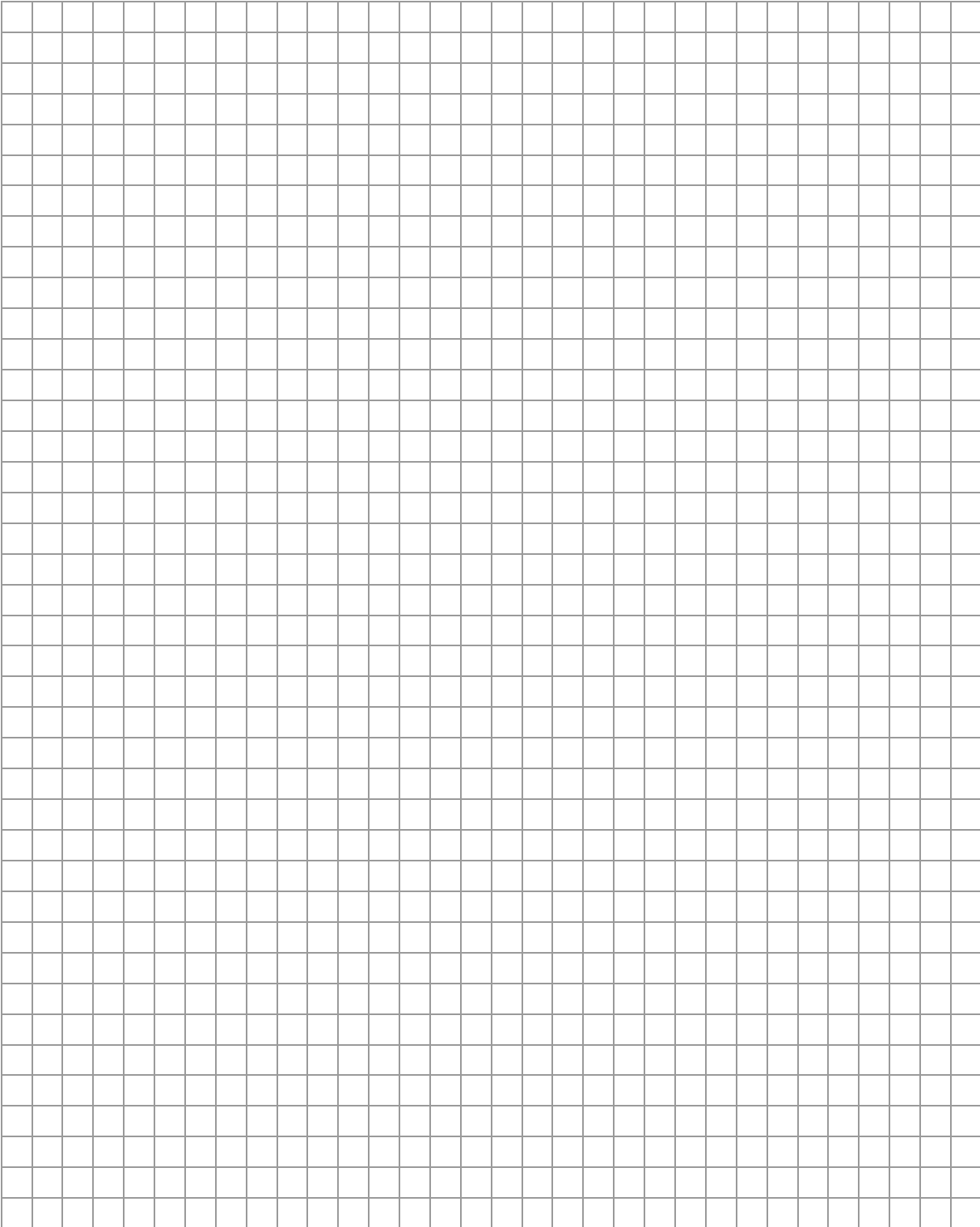


AUFGABE 4

5 Punkte

Die Funktion $f : A \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ soll über A integriert werden. Dabei ist A das Dreieck mit den Eckpunkten $P(2 | 1)$, $Q(8 | 4)$ und $R(5 | 7)$.

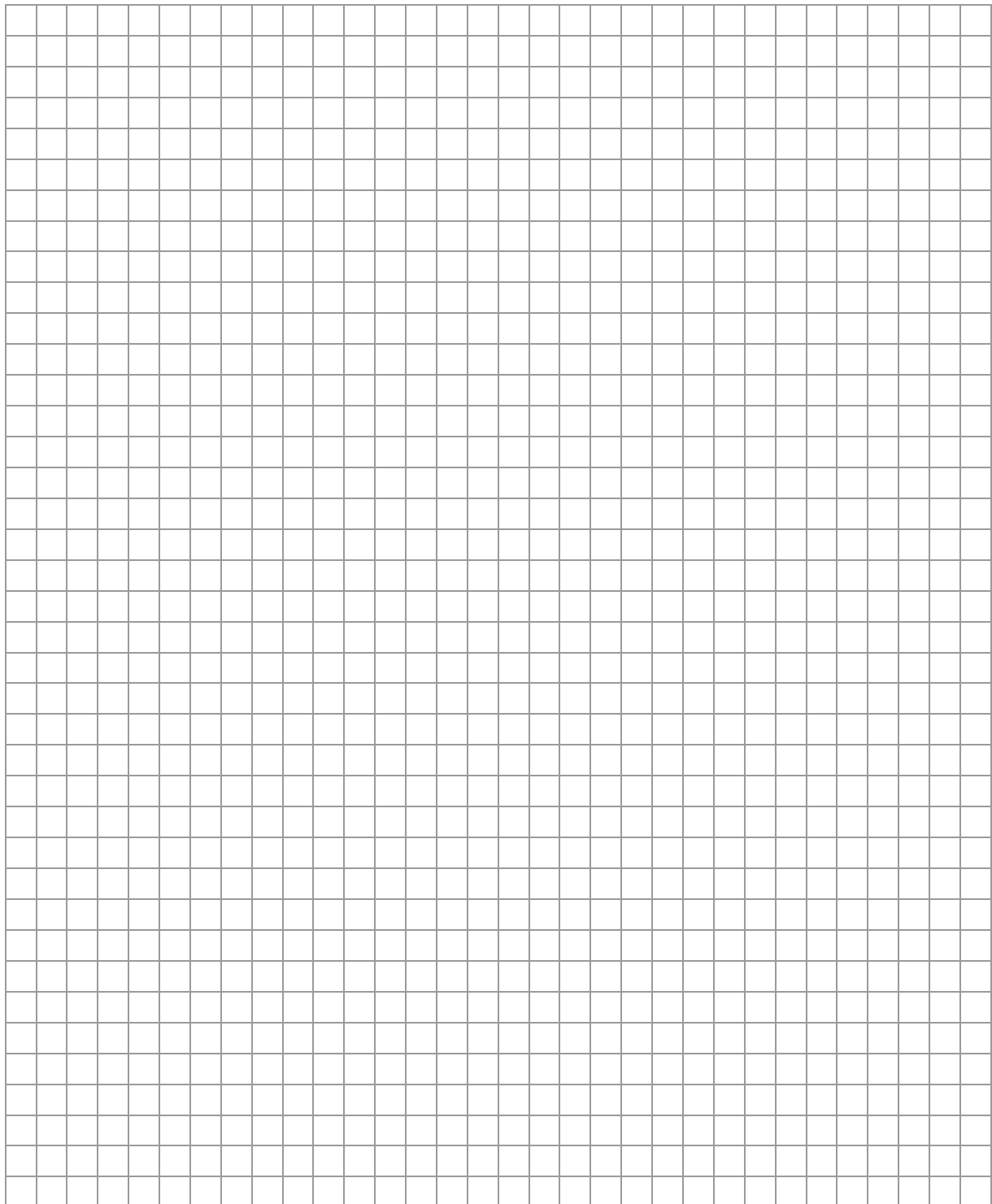
Geben Sie geeignete Integrationsgrenzen an für $\iint_A f(x; y) dA$.

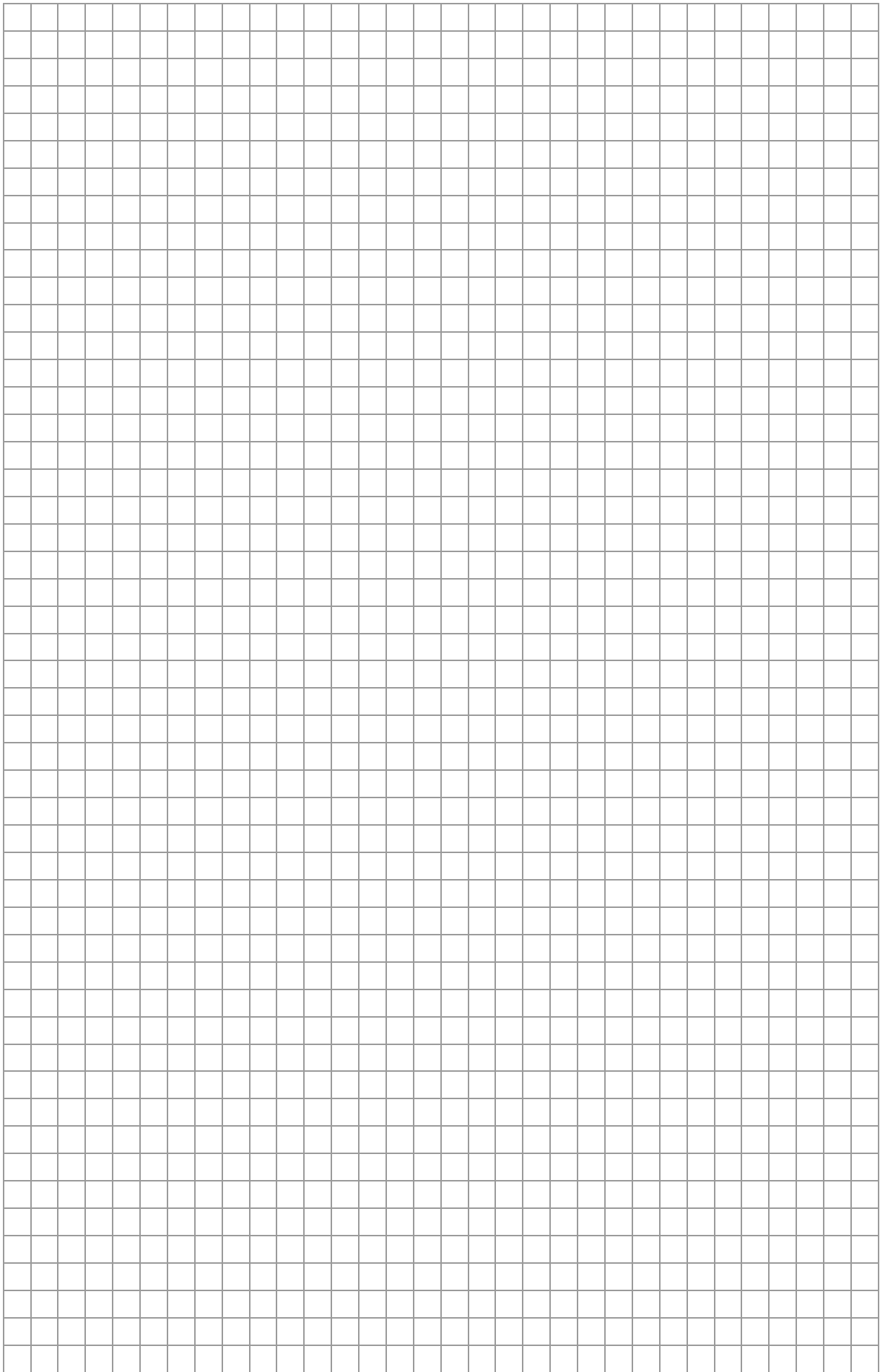


AUFGABE 5**6 Punkte**

Für ein Getriebe wird eine rotationssymmetrische Zahnstange benötigt. Rotiert man den Graphen der Funktion $f : [0; 5\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto 1 + \cos x$ um die x -Achse, entsteht ein derartiges Objekt. Berechnen Sie die Koordinaten des Schwerpunkts.

Tipp: $V = \frac{15}{2} \pi^2$



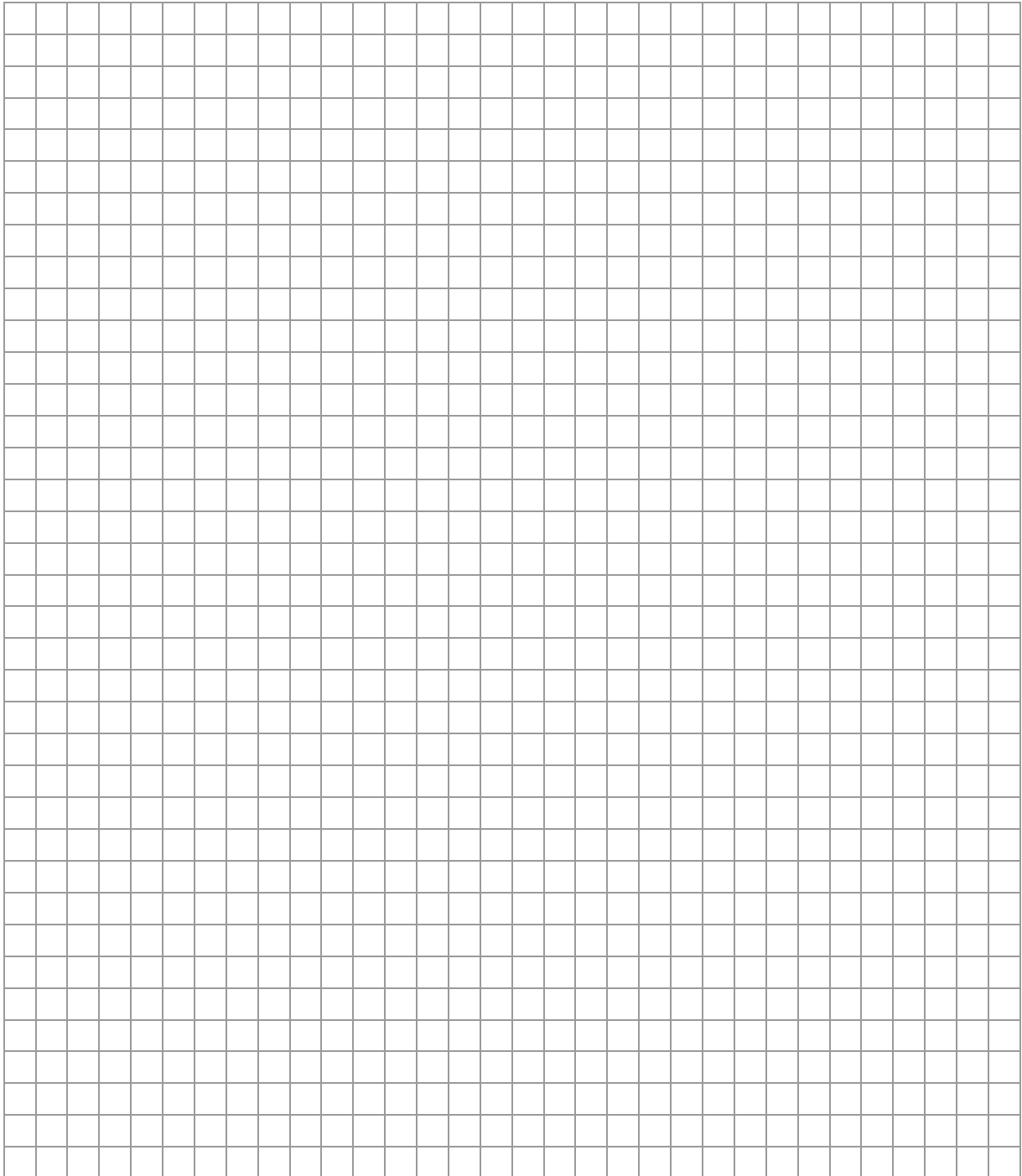


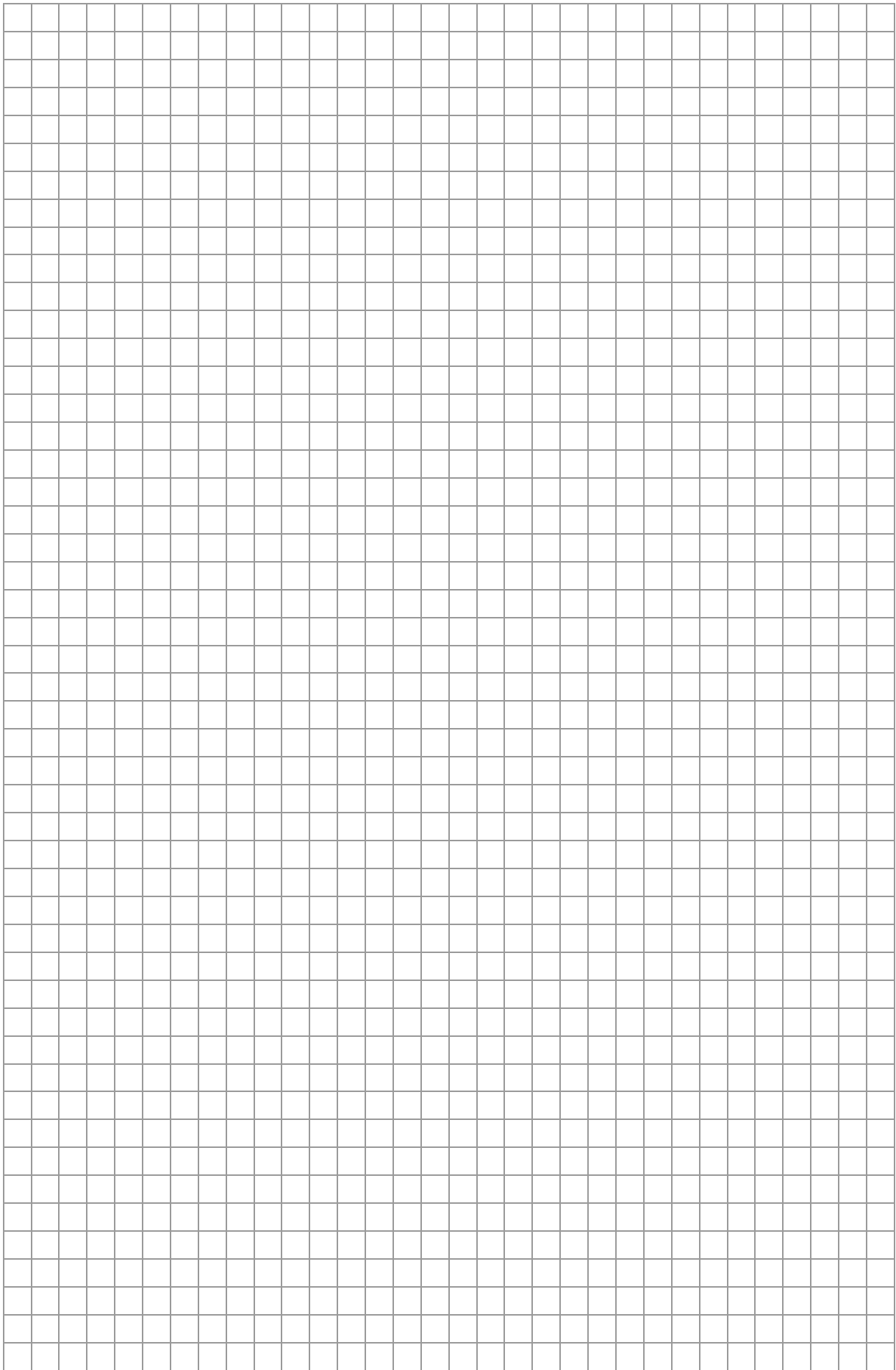
AUFGABE 6**6 Punkte**

Lösen Sie das Gleichungssystem $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}$ mit dem Gaußschen

Eliminationsalgorithmus.

Geben Sie eine Darstellung der Lösung in ganzen Zahlen an.





Bestimmt werden soll die positive Nullstelle der Funktion:

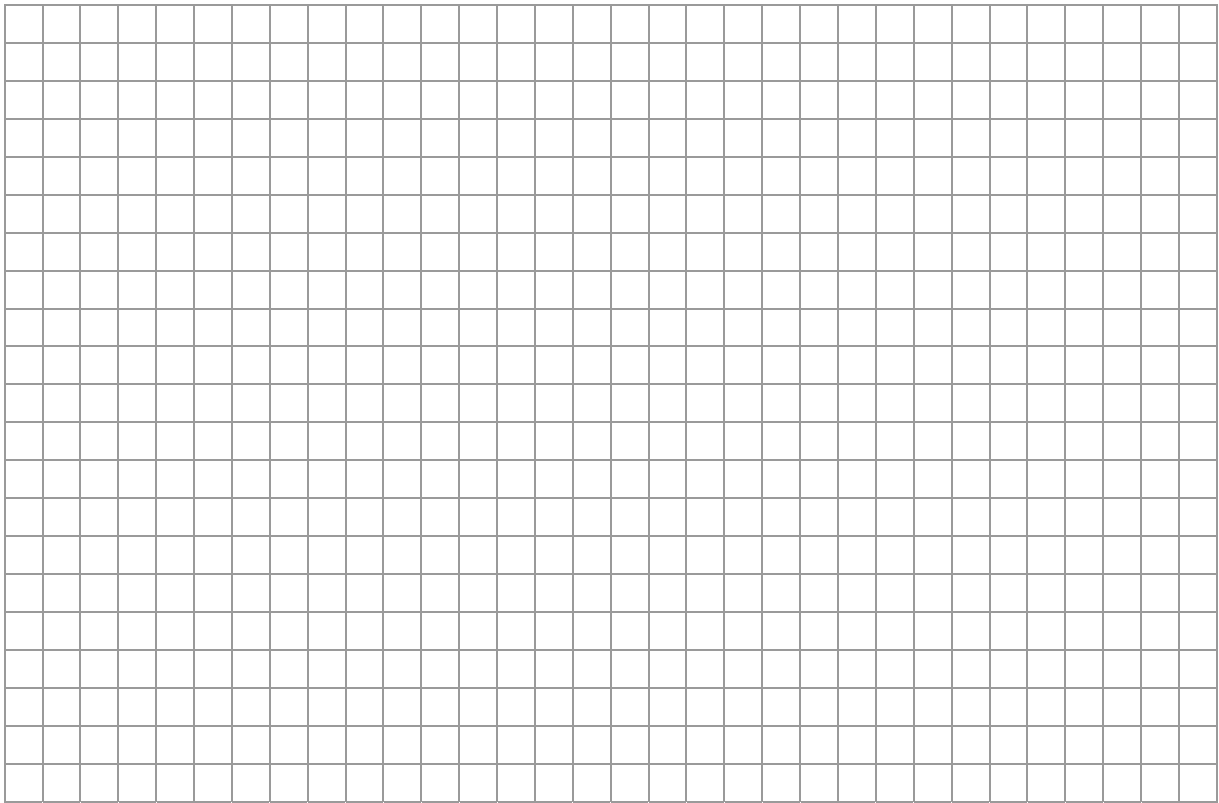
$$f(x) = 3 - 2x^2 + \ln(x^3 - x^2 + 1) = 0$$

- a) Entwickeln Sie $f(x)$ in ein Mac Laurin Polynom 2. Ordnung und lösen Sie die so erhaltene quadratische Gleichung.

$$f(x) = 3 - 2x^2 + \ln(x^3 - x^2 + 1)$$

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x^3 - x^2 + 1} - 4x$$

$$f''(x) =$$



- b) Um die Näherung noch zu verbessern, wenden Sie das Newtonverfahren mit dem Startwert $x_0 = 1,0000$ zweimal an.
Geben Sie x_1 und x_2 mit vier Nachkommastellen an.

