

1 Lösen Sie die folgenden homogenen Differentialgleichungssysteme:

$$1.1 \quad y' = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot y \quad Y = \begin{pmatrix} e^{2x} & 0 \\ 0 & e^{3x} \end{pmatrix}$$

$$1.2 \quad y' = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot y \quad Y = \begin{pmatrix} e^{-x} & x \cdot e^{-x} \\ 0 & e^{-x} \end{pmatrix}$$

$$1.3 \quad y' = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix} \cdot y \quad Y = \begin{pmatrix} e^{-2x} & x \cdot e^{-2x} & 0 \\ 0 & e^{-2x} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-5x} \end{pmatrix}$$

$$1.4 \quad y' = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -9 \end{pmatrix} \cdot y \quad Y = \begin{pmatrix} e^{-4x} & x \cdot e^{-4x} & \frac{x^2}{2} \cdot e^{-4x} & 0 \\ 0 & e^{-4x} & x \cdot e^{-4x} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-4x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-9x} \end{pmatrix}$$

$$1.5 \quad y' = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ -45 & -26 \end{pmatrix} \cdot y \quad Y = \begin{pmatrix} e^{-11x} & -2 \cdot e^{-8x} \\ -3 \cdot e^{-11x} & 5 \cdot e^{-8x} \end{pmatrix}$$

$$1.6 \quad y' = \begin{pmatrix} 40 & 25 & -44 \\ 40 & 28 & -46 \\ 58 & 38 & -65 \end{pmatrix} \cdot y \quad Y = \begin{pmatrix} e^{2x} & (x+3) \cdot e^{2x} & 2 \cdot e^{-x} \\ 2 \cdot e^{2x} & (2x-1) \cdot e^{2x} & 2 \cdot e^{-x} \\ 2 \cdot e^{2x} & (2x+2) \cdot e^{2x} & 3 \cdot e^{-x} \end{pmatrix}$$

$$1.7 \quad y' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot y \quad Y = \begin{pmatrix} e^x & x \cdot e^x & \left(\frac{x^2}{2} + 1\right) \cdot e^x & 0 \\ e^x & (x+1) \cdot e^x & \left(\frac{x^2}{2} + x\right) \cdot e^x & e^x \\ e^x & x \cdot e^x & \frac{x^2}{2} \cdot e^x & 0 \\ e^x & x \cdot e^x & \frac{x^2}{2} \cdot e^x & e^x \end{pmatrix}$$

2 Lösen Sie das inhomogene Differentialgleichungssystem:

$$y' = \begin{pmatrix} -14 & 24 \\ -12 & 20 \end{pmatrix} \cdot y + \begin{pmatrix} 3 \cdot e^x \\ 4 \cdot e^{2x} \end{pmatrix}, \quad y(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$y_s(x) = \begin{pmatrix} 28 \cdot e^{4x} - (48x + 9) \cdot e^{2x} - 19 \cdot e^x \\ 21 \cdot e^{4x} - (32x + 8) \cdot e^{2x} - 12 \cdot e^x \end{pmatrix}$$