

1 Führen Sie eine Polynomdivision durch.

1.1
$$\frac{x^3 + 2x^2 - x + 2}{x - 1}$$

1.2
$$\frac{x^5 + x^3}{x^2 + x - 1}$$

1.3
$$\frac{x^7}{x^2 - 3}$$

2 Berechnen Sie jeweils eine Stammfunktion.

2.1
$$\int x \arcsin x \, dx$$

2.2
$$\int x^2 e^x \, dx$$

2.3
$$\int \frac{dx}{x \ln x}$$

2.4
$$\int x^2 \cdot \frac{\sqrt{x} + x}{\sqrt{x} + 1} \cdot \left(2x + \frac{3}{4\sqrt{x}}\right) dx$$

2.5
$$\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$$

2.6
$$\int \frac{2^x}{3^{x+1}} dx$$

2.7
$$\int e^{e^x} \cdot e^x \, dx$$

2.8
$$\int \frac{\ln(\ln x)}{x \cdot \ln x} dx$$

3 Berechnen Sie jeweils die zugehörige Partialbruchzerlegung im Reellen:

3.1
$$\frac{6x^2 + 2x - 2}{(x + 1)(x - 1)x}$$

3.2
$$\frac{x^2 + 9x + 13}{(x + 1)^2(x + 2)}$$

3.3
$$\frac{x^3 + 4x^2 + 3x + 1}{x^2(x + 1)^2}$$

3.4
$$\frac{x^2 + 5x + 10}{(x^2 + 2x + 2)(x - 3)}$$

3.5
$$\frac{x^3 + x - 1}{(x^2 + 4x + 5)^2} = \frac{Ax + B}{(x^2 + 4x + 5)^2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 4x + 5}$$

3.6 Berechnen Sie die zu e) gehörige Partialbruchzerlegung im Komplexen.

Lösungen

$$1.1 \quad x^2 + 3x + 2 + \frac{4}{x-1}$$

$$1.2 \quad x^3 - x^2 + 3x - 4 + \frac{7x-4}{x^2+x-1}$$

$$1.3 \quad x^5 + 3x^3 + 9x + \frac{27x}{x^2-3}$$

$$2.1 \quad \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}\right) \arcsin x + \frac{1}{4}x\sqrt{1-x^2}$$

$$2.2 \quad e^x(x^2 - 2x + 2)$$

$$2.3 \quad \ln(\ln x)$$

$$2.4 \quad \frac{4}{9}x^4\sqrt{x} + \frac{1}{4}x^3$$

$$2.5 \quad 2(\sqrt{x} + 1 - \ln(\sqrt{x} + 1))$$

$$2.6 \quad \frac{2^x}{3^{x+1} \ln \frac{2}{3}}$$

$$2.7 \quad e^{e^x}$$

$$2.8 \quad \frac{1}{2}(\ln(\ln x))^2$$

$$3.1 \quad \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x-1}$$

$$3.2 \quad \frac{5}{(x+1)^2} + \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x+2}$$

$$3.3 \quad \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$3.4 \quad \frac{2}{x-3} - \frac{x+2}{x^2+2x+2}$$

$$3.5 \quad \frac{12x+19}{(x^2+4x+5)^2} + \frac{x-4}{x^2+4x+5}$$

$$3.6 \quad \frac{1,25+3i}{(x+2+i)^2} + \frac{0,5-4,25i}{x+2+i} + \frac{1,25-3i}{(x+2-i)^2} + \frac{0,5+4,25i}{x+2-i}$$