

AUFGABE 1**7 Punkte**

Lösen Sie unter Verwendung der Methoden „Trennung der Variablen“ und „Variation der Konstanten“ das Anfangswertproblem $y' = \frac{y}{x} + x^2 \cos(x)$, $y(\pi) = 0$.

AUFGABE 2**9 Punkte**

Lösen Sie unter Verwendung eines geeigneten partikulären Ansatzes das Anfangswertproblem $y'' + 14y' + 49y = 10 \cdot e^{-7x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

AUFGABE 3**10 Punkte**

Schreiben Sie die gekoppelten Differentialgleichungen

$$y_1' = 2y_1 - 3y_2 + x$$

$$y_2' = 3y_1 - 4y_2 - 1$$

in ein System $Y' = A \cdot Y + \gamma(x)$ um und lösen Sie das zugehörige homogene System.

AUFGABE 4**8 Punkte**

Integrieren Sie die Funktion $f(x;y) = x \cdot y$ über dem Dreieck ABC mit $A(0;0)$, $B(10;0)$ und $C(4;6)$.

AUFGABE 5**16 Punkte**

Der Graph der Funktion

$$z : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x,y) \mapsto 8 - 2x^2 - 2y^2$$

beschreibt für $z > 0$ ein auf der x - y -Ebene stehendes, umgekehrtes Paraboloid.

Berechnen Sie die Koordinaten des Schwerpunkts $S(x_s; y_s; z_s)$ dieses Körpers K.

Hinweis:
$$z_s = \frac{\iiint_K z \, dV}{\iiint_K dV}$$

